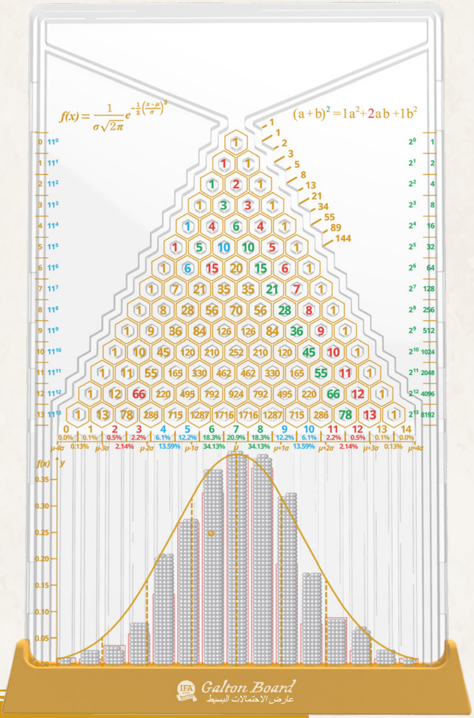
IFA .com Since 1999

Galton Board

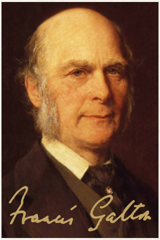
عارض الاحتمالات البسيط



دليل المستخدم

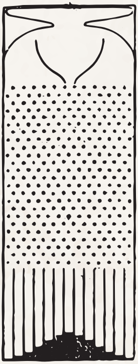
لوحة غالتون

تُعد لوحة غالتون (الإصدار البسيط) المزوّدة بمثلث باسكال أداة تعليمية لعارض الاحتمالات، تبلغ أبعادها 150 ملم × 95 ملم، وتُقدّم تصورًا حيًّا للرياضيات المتحركة وتُبرز قوة مفاهيم الاحتمالات والإحصاء. يتضمن الوجه الخلفي للوحة مخططًا تكراريًا (هيستوجرام) لمحفظة استثمارية نظرية، يُوضح العشوائية واحتمالات العوائد السوقية.



Sir Francis Galton

تجسد لوحة غالتون مفاهيم رياضية عريقة، في جهاز مكتبي مبتكر وحيوي. تستند اللوحة إلى اختراع السير فرانسيس غالتون (1822–1911) عام 1873، الذي جسّد التوزيع ذا الحدين حيث يقترب هذا التوزيع من التوزيع الطبيعي عند زيادة عدد صفوف السداسيات وعدد الكرات، فيما يُعرف بمبرهنة الحد المركزي. انبهر غالتون بجمال النظام الذي يظهره منحنى الجرس الناتج عن الفوضى الظاهرية لارتداد الكرات عن المسامير(الأوتاد) في اللوحة. وفقًا لمبرهنة الحد المركزي، وتحديدًا مبرهنة دي موافر (1667–1754) ولابلاس (1749–1827)، يمكن استخدام التوزيع الطبيعي كتقريب للتوزيع ذي الحدين في ظل شروط معينة.


رسمة غالتون الأصلية

عند قلب لوحة غالتون رأسًا على عقب، تتدفق الكرات إلى القمع العلوي. عند إعادة اللوحة إلى وضعها الطبيعي ووضعها على سطح مستوٍ، تتساقط 4,280 كرة فولاذية وكرة ذهبية واحدة كبيرة من القمع عبر 14 صفًا من السداسيات المتموضعة بشكل متماثل في لوحة غالتون. عند وضع الجهاز بشكل مستوٍ، ترتد الكرات عن 105 سداسية مع احتمالية متساوية للتحرك نحو

اليسار أو اليمين. عند استقرار الكرات في إحدى الخانات الـ15 في أسفل اللوحة، تتراكم لتشكل مخططًا تكراريًا على شكل منحنى الجرس. يمكن تشبيه قلب لوحة غالتون برمي 59,920 قطعة نقدية في غضون نحو ثانيتين. تسقط الكرة التي تمثل ظهور أربعة عشر مرة وجهًا متتاليًا في الخانة رقم 14، بينما تسقط الكرة التي تمثل عدم ظهور أي وجه (أربعة عشر مرة كتابة) في الخانة رقم 0.

يظهر الجزء العلوي من اللوحة معادلات التوزيع الطبيعي ومفكوك ذي الحدين. يظهر الجزء السفلي من اللوحة منحنى التوزيع الطبيعي أو منحنى الجرس، بالإضافة إلى خطوط تمثل المتوسط والانحراف المعياري المرتبطين بهذا التوزيع. يُعتبر منحنى الجرس، أو ما يُعرف بالتوزيع الغاوسي (كارل فريدريش غاوس، 1777–1855)، أحد المفاهيم الأساسية في الإحصاء ونظرية الاحتمالات. حيث إنه يُستخدم في العلوم الطبيعية والاجتماعية لتمثيل المتغيرات العشوائية، مثل الكرات في لوحة غالتون أو العوائد الشهرية لسوق الأسهم. يظهر على اللوحة أيضًا تسميات المحور الصادي (Y) والمحور السيني (X)، والخانات المرقمة مع النسب المئوية المتوقعة وعدد الكرات.

Blaise Pascal

أُضيف مثلث باسكال (بليز باسكال، 1623–1662) فوق السداسيات، وهو مثلث من الأرقام يتبع قاعدة جمع الرقمين أعلاه للحصول على الرقم أسفله. يمثل الرقم الموجود في كل سداسية عدد المسارات المختلفة التي يمكن للكرة أن تسلكها من السداسية العليا وصولاً إلى تلك السداسية. كما تظهر اللوحة متتالية فيبوناتشي (ليوناردو فيبوناتشي، 1175–1250)، وهي مجموعات الأرقام الناتجة من بعض الأقطار المحددة في مثلث باسكال. يحتوي مثلث باسكال على العديد من الخصائص والأنماط الرياضية. تشمل هذه: الأعداد الطبيعية، ومجاميع كل صف، وقوى العدد 11، وقوى العدد 2، والأعداد الشكلية، ومبرهنة نجمة داوود، ونمط عصا الهوكي. ومن بين الأنماط الأخرى في مثلث باسكال التي لم تُعرض على هذه

اللوحة: الأعداد الأولية؛ والأعداد المربعة؛ والأعداد الثنائية؛ وأعداد كاتلان؛ ومفكوك ذي الحدين؛ والكسيرات (الفركتلات)؛ والنسبة الذهبية؛ ومثلث سيربنسكي.

من بين 4,280 كرة فولاذية، هناك كرة ذهبية واحدة أكبر حجمًا، تُظهر نتيجة عشوائية واحدة. فوق كل خانة، تظهر النسب المئوية التقديرية لاحتمالية سقوط الكرة في تلك الخانة. باتباع حركة الكرة الذهبية، يمكن رصد تلك الاحتمالات بوضوح مع كل مرة تُقلب فيها لوحة غالتون. باستخدام المخطط التكراري الأحمر للمحفظة الاستثمارية على ظهر اللوحة، يمكن للكرة الذهبية أن تمثل النطاق المحتمل واحتمالات عائد سوق الأسهم للشهر القادم. تعد احتمالات سقوط الكرة الذهبية في إحدى الخانات على لوحة غالتون بمثابة نموذج بديل لتوقعات محللي سوق الأسهم.

تتضمن لوحة غالتون هذه العديد من المفاهيم الإحصائية والرياضية، بما في ذلك نظريات الاحتمالات، والمتغيرات العشوائية المستقلة والمتطابقة التوزيع (iid)، والمنحنى الطبيعي أو منحنى الجرس، ومبرهنة الحد المركزي (مبرهنة دي موافر ولابلاس)، والتوزيع ذي الحدين وتجارب برنولي (1655–1705)، والانحدار نحو المتوسط، وقانون الأعداد الكبيرة، والاحتمالات مثل رمي القطع النقدية وعوائد سوق الأسهم، والسير العشوائي، ومغالطة المقامر، وقانون تكرار الأخطاء، وما أشار إليه السير فرانسيس غالتون باسم "قانون اللاعقلانية".

IFA® .com Since 1999

Galton Board
عارض الاحتمالات البسيط

بكلمات غالتون

في كتابه الوراثة الطبيعية (1889) (Natural Inheritance)، قدم السير فرانسيس غالتون وصفًا مفصلاً لجهازه الذي ابتكره لكشف النظام الكامن في الفوضى الظاهرة. فيما يلي مقتطف معدل من ذلك الكتاب الذي يعود تاريخه إلى 136 عامًا. عُدل النص قليلًا ليتوافق مع المصطلحات المستخدمة لوصف لوحة غالتون من إنتاجنا.

سحر علم الإحصاء

"من الصعب فهم سبب اقتصار الإحصائيين عادةً على دراسة المتوسطات، وعدم انغماسهم في منظورات أكثر شمولية. فأرواحهم تبدو جامدة لا تنجذب لسحر التنوع، كتلك التي لأحد سكان مقاطعاتنا الإنجليزية المنبسطة، الذي انحصرت ذاكرته عن سويسرا في أنه لو أُلقي بجبالها في بحيراتها، لتخلصنا من مصدري إزعاج دفعة واحدة. فالمتوسط ما هو إلا حقيقة وحيدة، أما إذا أُضيفت إليه حقيقة أخرى، فسيظهر إلى الوجود نظام طبيعي كامل، يكاد يتوافق مع النظام المرصود".

"يكره البعض مصطلح الإحصاء نفسه، لكنني أراه زاخرًا بالجمال والتشويق. فعندما يُعالج بإتقان ويُفسر بحذر من خلال استخدام طرق أرقى، برزت قدرته الاستثنائية على تحليل الظواهر المعقدة. فهذا العلم بمثابة الأداة الوحيدة التي يمكن من خلالها شق فتحة عبر الأدغال المنيعة من الصعوبات التي تعترض طريق من يسعون لدراسة علم الإنسان."

توضيح ميكانيكي لأصل منحنى التكرار

"يعكس كل من منحنى التكرار ومنحنى التوزيع بعضهما الآخر: لذلك، إذا أمكن توضيح نشأة أي منهما، تصبح نشأة الآخر مفهومة أيضًا. سأوضح الآن أصل منحنى التكرار من خلال جهاز (مُبين هنا) يحاكي بطريقة جذابة للغاية الظروف التي يعتمد عليها الانحراف."

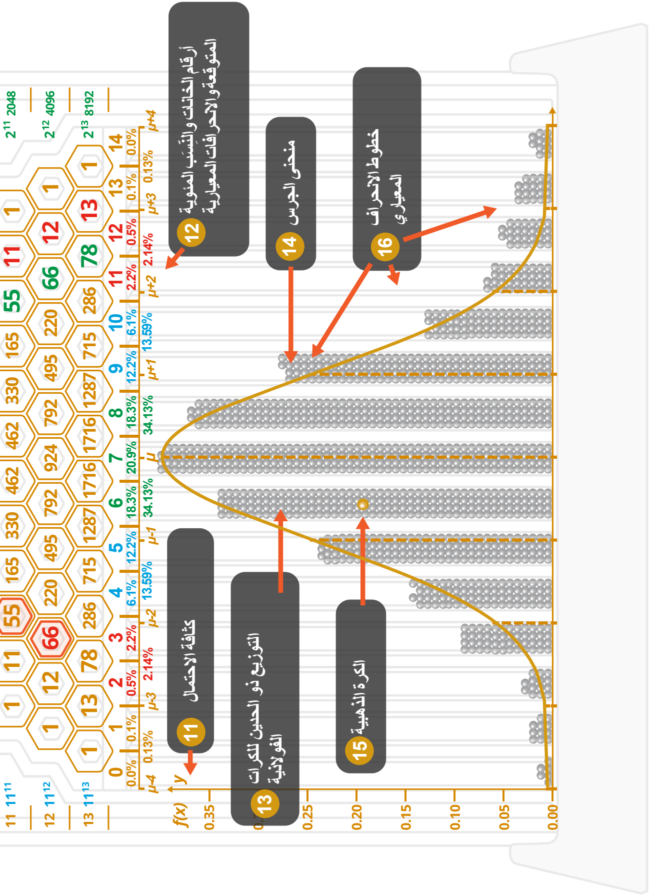
صُممت لوحة غالتون من إنتاجنا بهيكل بلاستيكي مقاوم للكهرباء الساكنة. يوجد في الجزء العلوي من اللوحة قُمع مخصص للكرات. تحت مخرج القمع، يوجد 14 صفًا من السداسيات المتسلسلة تشبه أوتاد غالتون، مثبتة بشكل عمودي في ظهر اللوحة، وأسفلها 15 خانة متسلسلة، أو حجيرات رأسية. تحتوي اللوحة على 4,280 كرة فولاذية. عند قلب اللوحة رأسًا على عقب، تتحرك جميع الكرات نحو نهاية الطرف العلوي للقمع؛ ثم عند إعادته إلى وضعه العملي، تبدأ التجربة المقصودة. تعمل حواف القمع على توجيه جميع الكرات المتجمعة عند الطرف العلوي للهيكل لتتدفق نحو فوهة القمع.

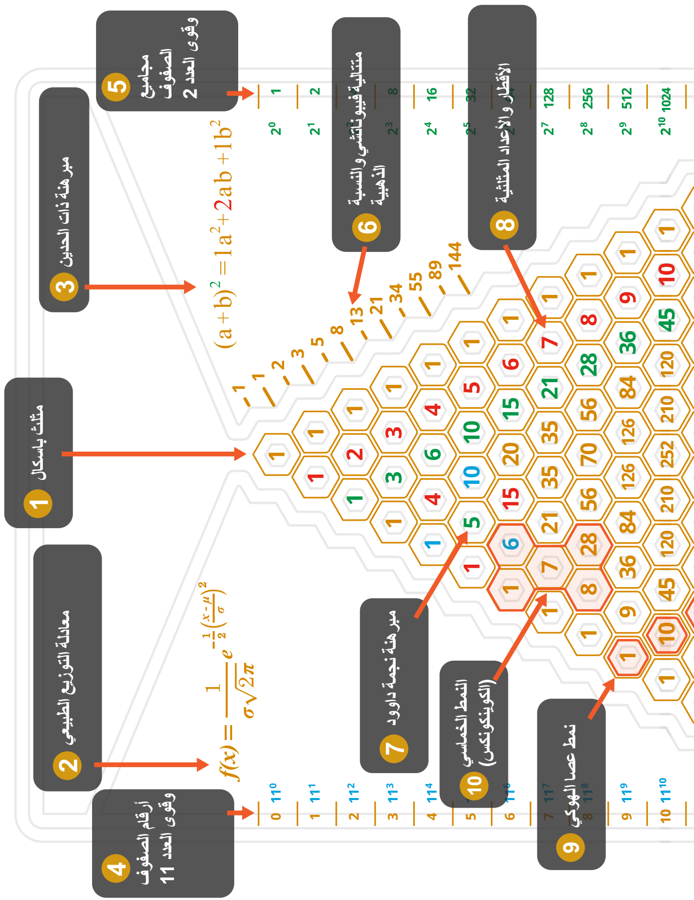
"تمر الكرات عبر القمع وتنحدر بطريقة مثيرة وغريبة بين الأوتاد [السداسيات]؛ إذ تقفز كل كرة خطوة نحو اليمين أو اليسار، حسب الحالة، في كل مرة تصطدم فيها بأحد الأوتاد. تُرتَّب الأوتاد بالنمط الخماسي (الكوينكونكس) بحيث تصطدم كل كرة هابطة بوتد في كل صف متعاقب. مع تدفق الكرات من القمع، يتسع مسارها تدريجيًا نحو الأسفل حتى تستقر كل كرة في خانة بمجرد تجاوز الصف الأخير من الأوتاد. يشكل تراكم الكرات في الخانات نمطًا قريبًا للغاية من منحنى التكرار، ويحافظ على نفس الشكل تقريبًا في كل مرة تُجرى فيها التجربة".

"تعتمد فكرة الجهاز على تعرض كل كرة خلال مسارها لعدد من الاصطدامات الصغيرة والمستقلة. في حالات نادرة، يؤدي الحظ دوره في توجيه مسار كرة معينة نحو أي من الحاويتين الجانبيتين، لكن عادةً ما يتوازن عدد الاصطدامات التي تسبب انحرافًا نحو اليمين بدرجة أكبر أو أقل مع تلك التي تسبب انحرافًا نحو اليسار. لذلك، تجد معظم الكرات طريقها نحو الخانات القريبة من الخط العمودي الممتد أسفل مخرج القمع، بينما يتناقص معدل تكرار انحراف الكرات على جانبي هذا الخط بنسبة أسرع بكثير من زيادة مسافات انحرافها."

النظام الكامن في الفوضى الظاهرة

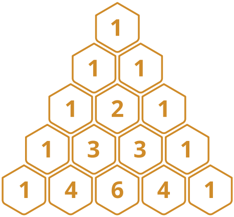
"لا أجد شيئًا يثير الخيال بقدر الشكل البديع للنظام الكوني الذي يعبر عنه 'قانون تكرار الأخطاء'. فلو عرف الإغريق هذا القانون، لجسّدوه وقدسوه. يسود هذا القانون بسمو واكتمال، منطويًا على نفسه بعيدًا عن الأضواء، في أعتى حالات الفوضى. فكلما اتسع حجم الجموع، وعمت الفوضى الظاهرية، ازداد سلطانه كمالاً. إنه القانون الأسمى لللاعقلانية. فعند جمع عينة كبيرة من عناصر فوضوية وترتيبها حسب حجمها، يتجلى نظام خفي بديع الجمال كان كامنًا في الأصل. تشكل قمم الخانات المصطفة منحنىً متدفقًا ذا نسب ثابتة؛ وكل عنصر، عند استقراره في مكانه، يجد كما لو كان، مكانًا مخصصًا له بدقة مسبقًا، ليتناسب معه تمامًا. إذا كانت القياسات في أي درجتين محددتين في الخانة معروفة، يمكن التنبؤ بتوزيع القيم في باقي الدرجات الأخرى باستثناء الطرفين القصويين، بالطريقة التي جرى شرحها سابقًا وبدقة عالية".


11 كثافة الاحتمال
12 أرقام الخانات والنِّسَب المئوية المتوقعة والانحرافات المعيارية
13 التوزيع ذو الحدين للكرات الفولاذية
14 منحنى الجرس
15 الكرة الذهبية
16 خطوط الانحراف المعياري


1 مثلث باسكال
2 معادلة التوزيع الطبيعي
3 مبرهنة ذات الحدين
4 أرقام الصفوف وقوى العدد 11
5 مجاميع الصفوف وقوى العدد 2
6 متتالية فيبوناتشي والنسبة الذهبية
7 مبرهنة نجمة داوود
8 الأقطار والأعداد المثلثية
9 نمط عصا الهوكي
10 النمط الخماسي (الكوينكونكس)
$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$
$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144

خصائص لوحة غالتون

1 مثلث باسكال



مثلث باسكال هو مثلث من الأرقام يتبع قاعدة جمع الرقمين أعلاه للحصول على الرقم أسفله. يمكن لهذا النمط أن يستمر إلى ما لا نهاية. استخدم بليز باسكال مثلثه لدراسة نظرية الاحتمالات، كما ورد في أطروحته الرياضية *مقال عن المثلث الحسابي* (*Traité du triangle arithmétique*) عام (1665) درس رياضيون آخرون هذا المثلث قبل باسكال بقرون في بلاد فارس والهند والصين وألمانيا وإيطاليا. تُمثِّل الأنماط الموجودة في المثلث الخصائص الرياضية لمعاملات ذات الحدين. عند وضع المثلث على لوحة غالتون، يُمثل كل رقم موجود على سداسي عدد المسارات التي يمكن أن تسلكها الكرة للوصول إلى ذلك السداسي.

2 معادلة التوزيع الطبيعي

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

في نظرية الاحتمالات، يُعد التوزيع الطبيعي نوعًا من توزيعات الاحتمال المستمرة للمتغيرات العشوائية ذات القيم الحقيقية. يُوضِّح هنا الشكل العام لدالة كثافة الاحتمال **$f(x)$**. تمثل التوزيعات الطبيعية أهمية كبيرة في علم الإحصاء وغالبًا ما تُستخدم في العلوم الطبيعية والاجتماعية لتمثيل المتغيرات العشوائية ذات القيم الحقيقية التي لا تُعرف توزيعاتها. تتضمن المعادلة الثابت الرياضي باي (**$\pi \approx 3.142$**)، الذي يمثل نسبة محيط الدائرة إلى قطرها. كما أن المعادلة تتضمن العدد أويلر (**$e \approx 2.718$**)، وهو الأساس للوغاريتم الطبيعي. تنص مبرهنة الحد المركزي للمتغيرات المستقلة والمتطابقة التوزيع

(iid) على أن المتغير العشوائي x سيتوزع توزيعًا طبيعيًا كلما زاد حجم العينة وتكون قيمة سيجما (σ) محدودة.

3 مبرهنة ذات الحدين

تصف مبرهنة ذات الحدين المفكوك الجبري لقوى ذات الحدين. يحدد مثلث باسكال المعاملات التي تظهر في مفكوك ذي الحدين. هذا يعني أن الصف n^{th} من مثلث باسكال يتكون من معاملات المفكوك الجبري لمتعددة الحدود $(a + b)^n$. أما في لوحة غالتون، فتُمثل ذات الحدين الاتجاهين اليسار واليمين $(L + R)^n$.

$$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(L+R)^3 = 1L^3 + 3L^2R + 3LR^2 + 1R^3$$

فمفكوك $(a + b)^n$ هو $(a + b)^n = x_0a^n + x_1a^{n-1}b + x_2a^{n-2}b^2 + \dots + x_{n-1}ab^{n-1} + x_nb^n$ حيث إن المعاملات التي تأخذ الشكل x_k هي الأعداد التي تظهر في العنصر k^{th} للصف n^{th} من مثلث باسكال، مع العلم أن العد يبدأ من 0 لكل من (k و n). يمكن التعبير عن ذلك على النحو التالي: $x_k = \binom{n}{k}$ أو بمعنى آخر "n اختيار k." فأول سداسي في لوحة غالتون هو $\binom{0}{0}$، يتبعه $\binom{1}{0}$ و $\binom{1}{1}$.

تظهر أمثلة لمقادير ذات الحدين على اللوحة لـ $(a + b)^n$ عندما $n = 2$ و $(L + R)^n$ عندما $n = 3$.

4 أرقام الصفوف وقوى العدد 11

على الجانب الأيسر، تُرقَّم الصفوف الأربعة عشر من مثلث باسكال، حيث يُرمز للصف الأول بـ $n=0$ ويُحدَّد أول عنصر في كل صف بـ $k=0$. تُعتبر الصفوف الأربعة عشر عددًا كافيًا بحيث يصبح التوزيع ذو الحدين الناتج تقريبًا منفصلاً جيدًا للتوزيع الطبيعي المستمر.

فإذا دُمج كل صف في رقم واحد عن طريق اعتبار كل عنصر رقمًا (ونقل القيم إلى اليسار إذا كان العنصر يحتوي على أكثر من رقم)، فسنحصل على قوة العدد إحدى عشر (**11^n**): 1، 11، 121، 1331، 14641... وهي الأرقام التي تتطابق مع الأرقام الموجودة في مثلث باسكال في ذلك الصف.

5 مجاميع الصفوف وقوى العدد 2

مجموع الأرقام في الصف يساوي **2^n** حيث n تمثل رقم الصف. على سبيل المثال، في الصف الثالث، إذا جُمعت أرقام مثلث باسكال، $1 + 3 + 3 + 1 = 8$، وهو ما يساوي أيضًا 2^3.

مجموع الأرقام في كل صف يظهر أيضًا بجانب قوة العدد 2، حيث يتضاعف المجموع في الصفوف التالية. بالإضافة إلى ذلك، مجموع مربعات العناصر في الصف يساوي العنصر الأوسط من ذلك الصف مضروبًا في اثنين. على سبيل المثال، إذا جُمعت مربعات العناصر في الصف الرابع ($1^2 + 4^2 + 6^2 + 4^2 + 1^2$)، فإن المجموع يكون سبعينًا وهو أيضًا العنصر الأوسط في الصف الثامن.

6 متتالية فيبوناتشي والنسبة الذهبية

يتطابق مجموع الأرقام على القطر الموضح في مثلث باسكال مع متتالية فيبوناتشي. تتقدم المتتالية بالترتيب التالي: 1، 1، 2، 3، 5، 8، 13، 21، 34، 55، 89، وهكذا. كل رقم في المتتالية هو مجموع الرقمين السابقين له. على سبيل المثال: 2+3=5؛ 3+5=8؛ 5+8=13؛ 8+13=21.... نشر ليوناردو فيبوناتشي هذه المتتالية في كتابه *ليبر أباتشي* (*Liber Abaci*) عام (1202). وبالتقدم في متتالية فيبوناتشي، تقترب نسب أرقام فيبوناتشي المتتالية من النسبة الذهبية التي تساوي ...1.61803398 لكنها لا تساويها تمامًا أبدًا. على سبيل المثال: 55/34=1.618؛ 89/55=1.618؛ و 144/89=1.618. كان إقليدس أول من عرّف النسبة الذهبية في كتابه *العناصر* (*Elements*)، الذي ألفه في عام 300 قبل الميلاد. استخدم ليوناردو دافنشي هذه النسبة في ابتكار روائعه الفنية. تتمثل معادلة النسبة الذهبية في:

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

7 مبرهنة نجمة داوود

تنص مبرهنة نجمة داوود على أن مجموعتي الأعداد الثلاثة المحيطة بأي عدد لهما حاصل ضرب متساوٍ. ففي المثال الموضح، الرقم 5 محاط بالتسلسل بالأرقام 1، 4، 10، 15، 6، 1، وبأخذ الأرقام المتناوبة، نحصل على $60 = 1\times15\times4 = 6\times10\times1$.

8 النمط الخماسي (الكوينكونكس)

تتبع السداسيات الموجودة على اللوحة نمط الكوينكونكس، وهو ترتيب يتكون من خمسة عناصر: أربعة منها في زوايا مربع أو مستطيل، والخامس في مركزه (مثل الرقم 5 على حجر النرد).

9 الأقطار والأعداد المثلثية

تحتوي الأقطار على الأعداد الشكلية للسمبلكسات، حيث تحتوي الحافتان اليسرى واليمنى على الرقم 1 فقط. أما الأقطار التالية فتتضمن الأعداد الطبيعية أو أعداد العد، تليها الأعداد المثلثية (وهي عدد النقاط في ترتيب مثلث متساوي الأضلاع)، ثم الأعداد رباعية الأسطح (الأعداد الهرمية المثلثية)، ثم أعداد البنتاتوب تليها أعداد السمبلكس من الرتب 5، و6، و7. مربع كل عدد طبيعي يساوي مجموع زوج من العناصر المتجاورة على القطر الثالث (الأعداد المثلثية). مثال: $28 + 21 = 49 = 7^2$

10 نمط عصا الهوكي

مجموع الأعداد في أي قطر، بدءًا من الحافة التي تحوي الرقم 1، يساوي العدد في القطر التالي الذي يليه مباشرة. عند تتبع هذه الأعداد، يظهر نمط يشبه عصا الهوكي، كما هو موضح هنا في المعادلة: $66 = 55 + 10 + 1$.

11 كثافة الاحتمال

دالة كثافة الاحتمال ***f*(*x*)** هي العلاقة بين ملاحظات المتغيرات واحتمال حدوثها. فهي تحدد احتمال وقوع المتغير العشوائي ضمن نطاق معين من المتغيرات العشوائية المستمرة. تتمثل إحدى دوال كثافة الاحتمال المهمة في دالة المتغير العشوائي الغاوسي، أو الطبيعي، التي تأخذ شكل منحنى يشبه الجرس. تتخذ قيم ***f*(*x*)** توزيعًا طبيعيًا مع سيجما (**σ**) بمقدار 1.

12 أرقام الخانات والنسب المئوية المتوقعة والانحرافات المعيارية

تُرقم خانات الكرات الـ 15 من 0 حتى 14، بحيث يمكن تحديد موقع الكرة الذهبية وتسجيله بسهولة. كما يمكن تحديد الاحتمالات من مثلث باسكال لنتيجة عشوائية تقع ضمن خانة معينة عن طريق تخيل الصف الخامس عشر من المثلث (حيث n=14).

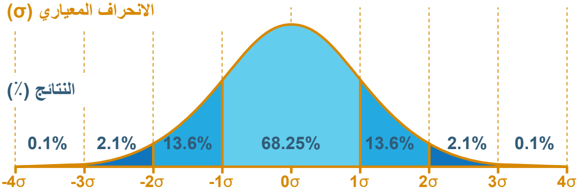
تظهر النسب المئوية المتوقعة للنتائج لكل خانة أسفل رقم الخانة مباشرةً، حيث إنه من المتوقع أن تبلغ 20.9 بالمائة في الخانة الوسطى (رقم 7).

يوجد تحت محور معلومات الخانات محور الانحراف المعياري. كما يوجد أعلى كل خط انحراف معياري في المنحنى رقمه المطابق للانحرافات المعيارية عن المتوسط، حتى 4 انحرافات معيارية (**μ** ± 4σ). ثمة سهم يُشير إلى أن الانحرافات المعيارية ±4 تمتد لتتجاوز آخر خانة. يمثل الخط في مركز منحنى الجرس المتوسط (المتوسط الحسابي، **μ**، "مو"). بين كل خط من خطوط الانحراف المعياري، توجد النسبة المئوية للنتائج المتوقعة لتلك المنطقة من منحنى الجرس.

13 منحنى الجرس

يُعد التوزيع الطبيعي، الذي يُشار إليه غالبًا باسم "منحنى الجرس"، هو الأكثر شهرة واستخدامًا بين جميع توزيعات الاحتمالات. نظرًا لأن التوزيع الطبيعي يقارب العديد من الظواهر الطبيعية بشكل دقيق، فقد تطور ليصبح معيارًا مرجعيًا للعديد من مسائل

الاحتمالات. تتبع عدة مجموعات من البيانات التوزيع الطبيعي، مثل أطوال البالغين، وأوزان الأطفال، ودرجات الاختبارات في الفصول الدراسية، وعينات كبيرة من العوائد الشهرية لمؤشرات سوق الأسهم، والكرات في لوحة غالتون. يوضح الرسم البياني التالي منحنى الجرس مقسومًا حسب الانحرافات المعيارية.



ينتج عن قيود السداسيات والقنوات الصغيرة في لوحة غالتون المادية منحنى جرسي أوسع. لقد طبعنا على اللوحة منحنى "أفضل مطابقة" يختلف قليلاً عن المنحنى الموضح أعلاه.

14 التوزيع ذو الحدين للكرات الفولاذية

تمثل كل كرة فولاذية متغيرًا عشوائيًا **مستقلًا ومتطابق التوزيع (iid)** يسقط من القمع عبر نمط ثابت من السداسيات. ينشأ التوزيع ذو الحدين بواسطة الآلاف من الكرات الفولاذية الناتجة عن 14 تجربة برنولي لكل كرة، حيث تمثل كل تجربة اصطدامًا بسداسي واحد. يقارب التوزيع ذو الحدين المتقطع للكرات بشكل كبير التوزيع الطبيعي المستمر.

15 الكرة الذهبية

من بين 4,280 كرة فولاذية بقطر 0.8 مم، توجد كرة ذهبية بقطر 2.0 مم. تُظهر هذه الكرة نتيجة عشوائية واحدة.

16 خطوط الانحراف المعياري

الانحراف المعياري (σ) هو مقياس لمدى تجمع النقاط البيانية جميعًا بالقرب من المتوسط (**μ**). يتحدد شكل التوزيع الطبيعي من خلال المتوسط والانحراف المعياري. يقع حوالي 68 بالمائة من البيانات في التوزيع الطبيعي ضمن انحراف معياري واحد عن المتوسط. بينما يقع حوالي 95 بالمائة ضمن انحرافين معياريين، وحوالي 99.7 بالمائة ضمن ثلاثة انحرافات معيارية، وحوالي 99.99 ضمن أربعة انحرافات معيارية. مع وجود 14 صفًا من السداسيات في مثلث باسكال، يوجد 14 سداسيًا في الصف السفلي من المثلث. كما يوجد 15 خانة؛ واحدة عند كل من الطرفين (واحدة في البداية وواحدة في النهاية) والباقي موزع بين السداسيات. تمثل هذه الخانات الـ 15 إجمالي 14/2x15 = 8.0 انحرافات معيارية للتوزيع (**μ ± 4σ**). كل خانة تساوي 0.533 انحراف معياري، وكل انحراف معياري يساوي 1.875 خانة (8/15 = 0.533 أو 15/8 = 1.875).

الانحراف المعياري لعينة

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

الانحراف المعياري للمجتمع الإحصائي

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N}}$$

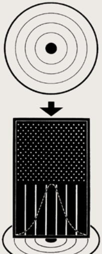
محاكاة إيمز للوحة غالتون

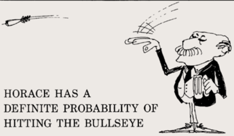
الإنفوجرافيك الذي أعده إيمز للوحة غالتون الخاصة بهم

تُعد لوحة غالتون من إنتاجنا تصميماً مكتبياً مستوحى من "لوحة غالتون للاحتمالات" التي بلغ ارتفاعها 11 قدماً والمصممة على يد تشارلز وراي إيمز، وعُرضت في معرض Mathematica عام 1961: معرض عالم الأرقام... وما وراءه (A World of Numbers ... and Beyond exhibit.) وقد عُرضت نُسخة أكبر من لوحة الاحتمالات التي صممها إيمز، بلغ ارتفاعها أربعة عشر قدماً ونصف، في جناح شركة IBM في معرض نيويورك العالمي لعام 1964. في الصورة على اليمين، تظهر نسخة مصغرة من لوحة المعلومات التي عُرضت في معرض Mathematica عام 1961.

GALTON'S

PROBABILITY BOARD





THIS MACHINE DEMONSTRATES HOW A PROBABILITY CURVE CAN BE FOUND BY EXPERIMENT

HORACE HAS A DEFINITE PROBABILITY OF HITTING THE BULLSEYE

HE CAN GET AN IDEA OF THIS PROBABILITY BY COUNTING THE NUMBER OF DARTS THAT HIT THE BULLSEYE, AND COMPARING IT WITH THE TOTAL NUMBER HE THROWS.

THE MORE DARTS HE THROWS, THE BETTER HIS CHANCES OF GETTING A GOOD ESTIMATE.

IN EFFECT, THE GALTON BOARD THROWS A BALL AT THE CENTER BOX.

THE PINS INTRODUCE ERRORS (AS HORACE DOES) THAT MAKE MOST OF THE BALLS MISS THE BULLSEYE.

WE CAN ESTIMATE THE PROBABILITY OF HITTING A GIVEN BOX BY COUNTING THE NUMBER OF BALLS THAT LAND IN THE BOX.

NOTICE HOW CLOSELY THE CURVE FORMED BY THE BALLS MATCHES THE CURVE PAINTED ON THE GLASS

A ball can land in any box, and yet any given box fills to nearly the same height each time the experiment is repeated.

THIS STABILITY IS DUE TO THE FACT THAT THERE ARE MANY BALLS.

Unpredictable

More Predictable

IF A RANDOM EVENT HAPPENS A GREAT MANY TIMES THE AVERAGE RESULTS ARE LIKELY TO BE PREDICTABLE.*

*The first mathematical theorem of this kind was proved by Jacob Bernoulli.

"With the probability approaching certainty as near as we please, we may expect that the relative frequency of an event in a series of independent trials with constant probability will differ from that probability by less than any given positive number, provided the number of trials is sufficiently large."

Jacob Bernoulli (1654-1705)

"RELATIVE FREQUENCY" is the number of times an event* occurs divided by the number of trials.**

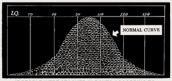
In the Probability Board the release of a ball is a ** TRIAL.

Landing (or not landing) in a given box is an * EVENT.

The curve painted on the glass was calculated by a formula.

THIS CURVE IS A PARTICULAR THEORETICAL CURVE CALLED THE "NORMAL CURVE", WHICH DESCRIBES THE BEHAVIOR OF SUCH THINGS AS –

I.Q. TESTS



IF PEOPLE WERE STACKED IN BOXES ACCORDING TO THEIR I.Q. SCORES, THEY WOULD FORM THE "NORMAL CURVE."

THE MEASUREMENTS OF BEAUTY CONTEST WINNERS

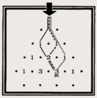
RUN AT ROULETTE

ERRORS IN MEASUREMENT

WHEN THE BALLS ARE DROPPED, THEY ARE ALL AIMED AT THE CENTER BOX. THE SUM OF ALL THE ERRORS CAUSED BY HITTING THE PINS DETERMINES THE BALLS' FINAL POSITION.

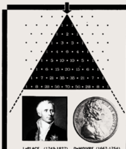
The average of many independent errors almost always leads to the Normal Curve, no matter what the underlying process may be.

THE "CENTRAL LIMIT THEOREM" IS A PRECISE STATEMENT OF CONDITIONS WHICH LEAD TO THE NORMAL CURVE.



PASCAL'S TRIANGLE

The number of possible paths to a given space in the array of pins is given by Pascal's Triangle. For the number of paths to a space is the sum of the number to the two spaces above it. The probability of a ball's dropping in any box can be found by counting the number of paths to that box, and comparing it with the total number of paths.



LaPLACE (1749-1827) DeMOIVRE (1667-1754)

As the number of trials gets large, the distribution of the balls is likely to be near normal. This idea, first stated in Abraham de Moivre's "Doctrine of Chances," was later proved by the Marquis de Laplace, and called the Laplace-de Moivre limit theorem. Hard work during the next hundred years eventually produced a much more general statement of the same sort, the "central limit theorem," universally conceded to be one of the most important results of probability theory.

PROBABILITY IS ADDITIVE

IF THE PROBABILITY OF "5" IS $\frac{1}{6}$ AND THE PROBABILITY OF "4" IS $\frac{1}{6}$

THEN THE PROBABILITY OF "5" OR "4" IS 1/6 + 1/6. $\frac{1}{6} + \frac{1}{6}$

PROBABILITY, LIKE AREA, IS ADDITIVE. HENCE, IT IS OFTEN POSSIBLE TO REPRESENT PROBABILITY AS THE AREA UNDER A CURVE.

For example, in the Galton Board, the probability of getting in -

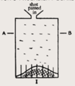
is represented by the corresponding area.

The branch of mathematics concerned with determination of lengths and areas is called "MEASURE THEORY." Probability is a branch of the Theory of Measure.

THE QUINQUNX

The pins in the Galton Board are often arranged in a figure found in nature – the four corners of a square with a pin in the center, called a Quincunx.

GALTON'S PROBABILITY BOARD -1877

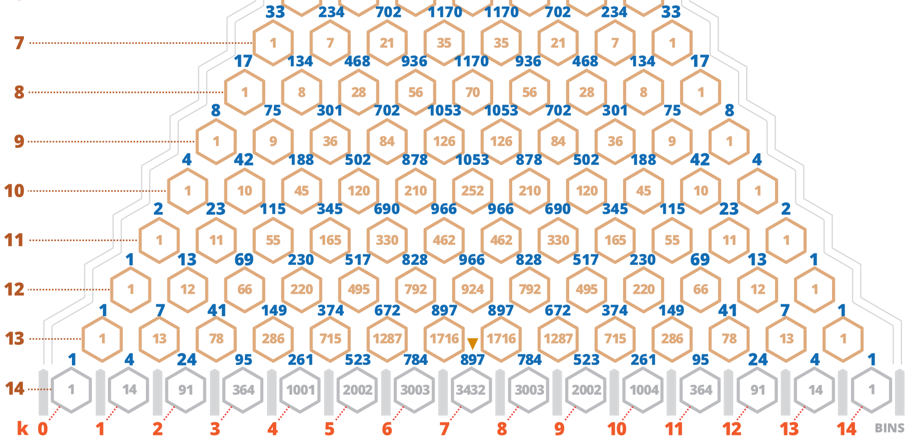


GALTONIA (Hyacinthus candicanus)

SIR FRANCIS GALTON (1822-1911)

Galton was a cousin of Charles Darwin. In addition to mathematics, he studied and wrote about Botany, Heredity, Geography, Psychology, Statistical Methods, and Mountain Climbing.

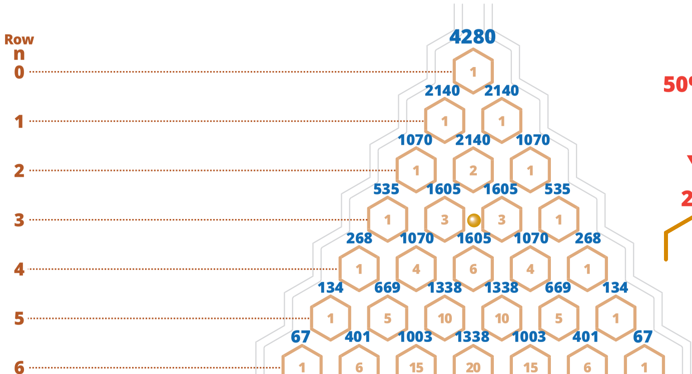
IBM

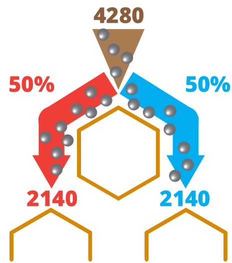


يمكن استخدام الصف 14 (المظلل باللون الرمادي) من مثلث باسكال لتحديد احتمالات سقوط كل كرة في إحدى الخانات الـ 15 أسفل لوحة غالتون، (وهو ما يمثل توزيعاً ذا حدين متماثلًا). استنادًا إلى الحساب السابق لـ n=4، فإن النسبة المتوقعة في الخانة الوسطى (k = 7) من الصف 14 ستكون 16,384/3,432 = 20.95%. مع وجود 4,280 كرة، هذا يعني أنه من المتوقع أن تستقر 897 كرة في تلك الخانة. إذا كان هناك 16,384 كرة، فإن الأرقام على كل سداسي في الصف 14 ستساوي عدد الكرات المتوقع أن تسقط في كل خانة.

التوزيع ذو الحدين المتماثل للكرات

في لوحة غالتون المستوية، هناك فرصة متساوية لأن تتحرك الكرات إما إلى اليسار أو إلى اليمين عند الجزء العلوي من كل سداسي. وهذا مثال على تجربة برنولي. يوضح هذا الرسم التوضيحي العدد المتوقع للكرات التي ستمر بين كل سداسي وآخر. يوجد في قمع الكرات حوالي 4,280 كرة. عند السداسي الأول، الذي يمثل الصف 0، من المتوقع أن تتحرك 2,140 كرة إلى اليسار و2,140 كرة إلى اليمين. إذا تُتبع تقسيم الكرات في كل مرة، يمكن رؤية عدد الكرات المتوقع سقوطها في كل خانة بعد الصف 14 (المرقم بـ 13). يمكن تفسير الأرقام على جميع السداسيات في مثلث باسكال على أنها تمثل عدد المسارات للوصول إلى الموقع k^{th} في الصف **n**. على سبيل المثال، في الصف 4، تكون الأرقام على السداسيات **1، 4، 6، 4، 1** . إذا جُمعت هذه الأرقام، نحصل على إجمالي 16 مسارًا للوصول إلى جميع السداسيات الخمسة في الصف 4. يمثل ذلك أيضًا 2 مرفوعة إلى أس رقم الصف ($16 = 2^4$)

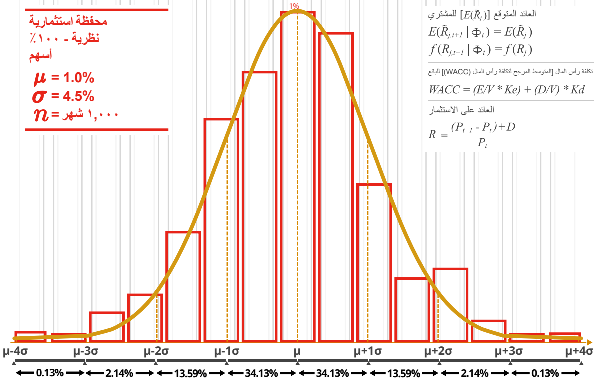




رسومات توضيحية لمحفظة استثمارية

لتمثيل العوائد السوقية، اخترنا محفظة استثمارية نظرية. الأعمدة الحمراء المطبوعة على الجهة الخلفية من اللوحة تُمثل مخططًا تكراريًا لتوزيع 1,000 عائد شهري لمحفظة استثمارية نظرية. يُوضّح العمود الأحمر محفظة أسهم بنسبة 100% (عالية المخاطرة)، ويُفترض أن متوسط العائد الشهري لها 1.0% مع انحراف معياري قدره 4.5%، وحجم عينة يبلغ 1,000 شهر. بوجود أربعة انحرافات معيارية، ينتج نطاق للعائدات يتراوح تقريبًا بين -17% و19% [17− =(4×4.5)−1، و19= (4×4.5)+1]. بالتالي، ومع وجود 15 خانة، يبلغ نطاق العائد في كل خانة 2.4%، ويقع المتوسط 1.0% تمامًا في المنتصف.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0.0%	0.1%	0.5%	2.2%	6.1%	12.2%	18.3%	20.9%	18.3%	12.2%	6.1%	2.2%	0.5%	0.1%	0.0%
<-17%	-14.6%	-12.2%	-9.8%	-7.4%	-5.0%	-2.6%	-0.2%	2.2%	4.6%	7.0%	9.4%	11.8%	14.2%	16.6%	>19%
1	1	5	22	61	122	183	209	183	122	61	22	5	1	1



-17.0%	1	-12.5%	21	-8.0%	136	-3.5%	341	1.0%	341	5.5%	136	10.0%	21	14.5%	1	19.0%

الفواصل بين الخانات مع النِّسَب المئوية والعوائد المتوقعة

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
0.0%	0.1%	0.5%	2.2%	6.1%	12.2%	18.3%	20.9%	18.3%	12.2%	6.1%	2.2%	0.5%	0.1%	0.0%	
<-17%	-14.6%	-12.2%	-9.8%	-7.4%	-5.0%	-2.6%	-0.2%	2.2%	4.6%	7.0%	9.4%	11.8%	14.2%	16.6%	>19%
1	1	5	22	61	122	183	209	183	122	61	22	5	1	1	

توجد أربعة مقاييس يجب أخذها في الاعتبار أعلى المخطط التكراري للعوائد السوقية. المقياس الأول هو ترقيم الخانات الخمس عشرة من 0 إلى 14. أما المقياس الثاني فهو النسبة المئوية للمتغيرات العشوائية (وفي هذه الحالة العوائد الشهرية) المتوقَّع أن تقع ضمن كل خانة. أما المقياس الثالث فيُقدِّر النسبة المئوية المتوقعة لنطاقات العوائد الشهرية لكل خانة. تُعايَر الفواصل بين الخانات بحيث يتوافق حد اللوحة مع أربعة انحرافات معيارية للعوائد (≈ 99.99% من النتائج أو **$\mu \pm 4\sigma$**). يقيس المقياس السفلي العدد المتوقع من الأشهر في كل خانة بناءً على حجم عينة قدره 1,000 شهر.

المحور السفلي

μ-4σ		μ-3σ		μ-2σ		μ-1σ		μ		μ+1σ		μ+2σ		μ+3σ		μ+4σ
	0.13%		2.14%		13.59%		34.13%		34.13%		13.59%		2.14%		0.13%	
-17.0%	1	-12.5%	21	-8.0%	136	-3.5%	341	1.0%	341	5.5%	136	10.0%	21	14.5%	1	19.0%

توجد ثلاثة مقاييس على المحور السفلي. يُحدِّد المقياس الأول خطوط الانحراف المعياري. يُظهر المقياس الثاني النسبة المئوية للنتائج المتوقعة بين كل خطي انحراف معياري متتاليين. أما المقياس الثالث فيُقدِّر عدد العوائد الشهرية المتوقعة بين كل خطي انحراف معياري متتاليين، وذلك بناءً على عينة من 1,000 شهر.

نموذج السير العشوائي

تنص فرضية كفاءة السوق على أن السعر الحالي ($p_{j,t}$) للأوراق المالية (j) يعكس المعلومات المتاحة كاملةً (Φ_t)، مما يعني أن التغيرات السعرية المتعاقبة، أو عادةً العوائد المتعاقبة لفترات زمنية واحدة، مستقلة عن بعضها. وهذا يعني أن التغيّرات السعرية المتعاقبة، أو العوائد موزعة توزيعًا متماثلًا. بناءً على ذلك، تُكوّن الفرضيتان معًا ما يُعرف بـ "نموذج السير العشوائي". يُعبَّر عن النموذج رسميًا كما يلي:

$$f(R_{j,t+1} / \Phi_t) = f(R_j),$$

وهي الصيغة المعتادة التي تفيد بأن توزيعي الاحتمال الشرطي والهامشي للمتغير العشوائي المستقل متطابقان. كما يجب أن تكون دالة كثافة الاحتمال (f) متماثلة لجميع القيم الزمنية (t)". إذا افترضنا أن العائد المتوقع على الورقة المالية ثابت بمرور الوقت، فإننا نحصل على:

$$E(\tilde{R}_{j,t+1} / \Phi_t) = E(\tilde{R}_j).$$

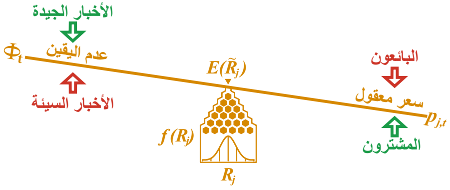
المصدر: يوجين ف. فاما وميرتون هـ. ميلر، *نظرية التمويل*، 1972، ص. 339 (Eugene F. Fama & Merton H. Miller, *The Theory of Finance*, 1972.)

نموذج هيبنر

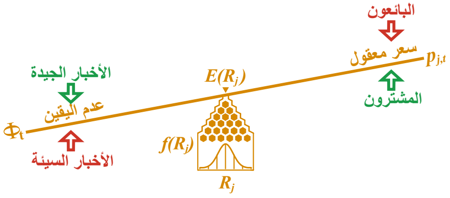
توضح الرسوم البيانية التالية على شكل أرجوحة التوازن فرضية كفاءة السوق التي طرحها يوجين فاما، والتي تنص على أن أسعار الأوراق المالية (j) تعكس المعلومات المتاحة كاملةً، مما يؤدي إلى أسعار معقولة. يمثل الجانب الأيسر من أرجوحة التوازن مجموعة المعلومات (Φ_t) المفترض أنها تنعكس بالكامل في السعر في اللحظة الزمنية (t)، في حين يمثل الجانب الأيمن الأسعار ($p_{j,t}$) التي توصّل إليها ملايين المشترين والبائعين باعتبارها أسعارًا معقولة وفقًا للمعلومات المتاحة في ذلك الوقت. تؤكد فرضية كفاءة السوق إنه في سوق منظَّم وشفاف إلى حدٍّ معقول، يكون السعر الحالي (p_t) قريبًا من القيمة العادلة، إذ يتفاعل المستثمرون بسرعة لدمج المعلومات الجديدة (Φ_t) المتعلقة بالندرة النسبية أو المنفعة أو العائد المحتمل في عملية تبادلهم للأوراق المالية.

أما الأجزاء الثلاثة من النموذج كما وضعها مارك هيبنر، فقد نشأت أثناء الأزمة المالية العالمية لعام 2008. ويبدأ النموذج بأرجوحة توازن موضوعة في أعلى مثلث باسكال. تُمثِّل الكرات التي تتدحرج عبر صفوف السداسيات بالعشوائية في عوائد سوق الأسهم ($R_{j,t+1}$). تسقط الكرات في الخانات التي تمثل العوائد المحقَّقة (R_j)، والتي تشبه عند وجود عينات كبيرة منحنى الجرس ($f(R_j)$).

يتدفق تيار عشوائي ومستمر من الأخبار الجيدة والتوقعات، والأخبار السيئة والتوقعات، ويمثّل هذا التيار في أي لحظة درجة عدم اليقين في العائد المتوقع من الاستثمار $(E(\tilde{R}_j))$ الذي يُحتفَظ به عند مستوى ثابت من المخاطر. فعندما يزداد عدم اليقين بسبب الأخبار السيئة، يجب أن ينخفض السعر بنسبة متناسبة بحيث يبقى العائد المتوقع ثابتًا تقريبًا.



وإذا انخفض عدم اليقين بسبب الأخبار الجيدة، فعلى السعر أن يرتفع بنسبة متناسبة بحيث يبقى العائد المتوقع ثابتًا تقريبًا.



يُعرَف هذا النموذج باسم نموذج هيبنر، ويُنظر إليه على أنه إطار يدمج لوحة غالتون ومثلث باسكال في توضيح آلية عمل الأسواق.

تكلفة رأس المال

في علم الاقتصاد والمحاسبة، تُعرَّف تكلفة رأس المال بأنها تكلفة أموال الشركة (سواء كانت ديونًا أو حقوق ملكية)، ومن منظور المستثمر، فهي معدل العائد المطلوب على الأوراق المالية القائمة للشركة. تُستخدم أيضًا لتقييم المشروعات الجديدة للشركة. وهي الحد الأدنى للعائد الذي يتوقعه المستثمرون مقابل توفير رأس المال للشركة، مما يجعلها معيارًا أساسيًا يجب على أي مشروع جديد أن يبلغه أو يتجاوزه.

$$\boldsymbol{WACC = (E/V * Ke) + (D/V * Kd)}$$

E = القيمة السوقية لحقوق ملكية الشركة.

V = إجمالي القيمة السوقية لحقوق الملكية والديون، أو **E+D**.

Ke = تكلفة حقوق الملكية.

D = القيمة السوقية لديون الشركة.

Kd = تكلفة الديون.

WACC = المتوسط المرجح لتكلفة رأس المال.

وللتذكير، العائد المتوقع للمشتري هو أيضًا تكلفة رأس المال للبائع $(E(\tilde{R}_{j,t}) = WACC)$.

معادلة العائد على الاستثمار

تعتمد معادلة العائد المحقَّق أو الخسارة المحقَّقة للاستثمار (**R**) على التغير في السعر (P_{t+1} - P_t)، مضافًا إليه أي توزيعات أرباح أو مدفوعات نقدية (**D**) تلقّاها المستثمر خلال الفترة، ومقسومًا على السعر الأصلي للاستثمار (P_t).

$$R = \frac{(P_{t+1} - P_t) + D}{P_t}$$

نماذج العوامل لفاما وفرينش

نموذج فاما وفرينش خماسي العوامل لحقوق الملكية

يُعد نموذج فاما وفرينش خماسي العوامل لحقوق الملكية نموذج تسعير للأصول يهدف إلى رصد عوامل السوق، والحجم، والقيمة، والربحية، والاستثمار في أنماط العوائد على

الأسهم. وُضع هذا النموذج عام 2014 على يد الحائز على جائزة نوبل يوجين فاما وزميله كينيث فرينش. يُفسِّر هذا النموذج ما بين 71% و94% من التباين المقطعي في العوائد المتوقعة لمحافظ استثمارية متنوعة تضم خمسة عوامل في حقوق الملكية. يُعد هذا النموذج تطويرًا لكلٍّ من نموذج تسعير الأصول الرأسمالية (CAPM) لعام (1964)، ونموذج فاما وفرينش ثلاثي العوامل لعام (1993). تُعبَّر معادلة نموذج فاما وفرينش خماسي العوامل عن انحدارٍ زمني لسلسلة من المؤشرات البحثية التي أنشأها فاما وفرينش، تتضمن أسعار الأسهم التاريخية طويلة الأجل لمجموعة متنوعة من خصائص الشركات. يمثل المعامل الخاص بكل عامل (أي المتغير المستقل) درجة التعرض أو الانحراف لذلك العامل داخل المحفظة. في حال التعرض للعوامل الخمسة التالية: عامل السوق (b_i)، والحجم (s_i)، والقيمة (h_i)، والربحية (r_i)، والاستثمار (c_i)، فإنها تفسر جميع التغيرات في العوائد المتوقعة، بينما يمثل المقطع الثابت (a_i) في المعادلة التالية العائد الزائد (Alpha) لجميع الأوراق المالية والمحافظ (i).

$$R_{it} - R_{Ft} = a_i + b_i(R_{Mt}-R_{Ft}) + s_iSMB_t + h_iHML_t + r_iRMW_t + c_iCMA_t + e_{it}$$

R_{it}= العائد على المحفظة i في الفترة t (المتغير التابع).

R_{Ft} = العائد الخالي من المخاطر.

$R_{Mt}-R_{Ft}$= فرق العائد بين مؤشر سوق الأسهم المُرجح بالقيمة السوقية والعائد الخالي من المخاطر.

SMB_t = عائد محفظة الأسهم الصغيرة مطروحًا منه عائد محفظة الأسهم الكبيرة (يُعرف أيضًا بعامل الحجم).

HML_t = الفرق بين عائد المحافظ المتنوعة للأسهم ذات النسبة المرتفعة والمنخفضة من القيمة الدفترية إلى السوقية (BtM) (يُعرف أيضًا بعامل القيمة).

RMW_t = الفرق بين عوائد المحافظ المتنوعة للأسهم ذات الربحية القوية والربحية الضعيفة.

CMA_t= الفرق بين عوائد المحافظ المتنوعة لأسهم الشركات ذات الاستثمار المنخفض وذات الاستثمار المرتفع، والتي وصفها فاما وفرينش بأنها محافظة وعالية المخاطرة على التوالي.

e_{it}= الحد العشوائي ويمثل بقايا ذات متوسط صفري.

المصدر: فاما، يوجين ف. وفرنش، كينيث ر.، *نموذج تسعير الأصول خماسي العوامل* (سبتمبر 2014)
(Fama, Eugene F. and French, Kenneth R., *A Five-Factor Asset Pricing Model*)

انبهاري بلوحة غالتون

مارك ت. هيبنر

اسمي مارك ت. هيبنر، وأنا الرئيس التنفيذي والمؤسس لشركة Index Fund Advisors, Inc. (IFA.com). تعمل شركتي في مجالي إدارة الثروات وإعداد الإقرارات الضريبية. كما أنني المبتكر لعدد من لوحات غالتون الحديثة.

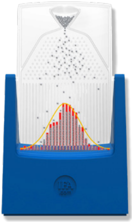
أشهر طريقة لوصف المخاطر والعائد على الاستثمار هي تقدير متوسط العائد والانحراف المعياري للعائد استنادًا إلى عينة كبيرة من العوائد التاريخية، كأن تكون نحو ألف شهر من بيانات المؤشر. إذا أردت استخدام برنامج إكسيل لرسم منحنى الجرس، فكل ما تحتاج إليه هو المتوسط والانحراف المعياري. فهما يحددان منحنى الجرس. وقد تبيّن أن المخطط المبعثر الذي نال عنه هاري ماركوفيتز جائزة نوبل، والذي يوضح العلاقة بين العائد المتوسط والانحراف المعياري، لم يكن سوى مقارنة بين منحنيات جرسية. فتخيل مدى حماسي عندما وجدت جهازًا ماديًا يولّد منحنى جرس. أدركت أنه أداة قوية توضح كيفية عمل الأسواق واحتمالية نطاقات النتائج المختلفة. كما أدركت أن لوحة غالتون تحاكي العوائد الاستثمارية الشهرية باستمرار، وتتيح للمشاهدين أن يلاحظوا العوائد المتوقعة الثابتة والعشوائية في العوائد خلال ثلاثين يومًا، ومنحنى الجرس الناتج عن العوائد الفعلية خلال فترات طويلة جدًا. باختصار، تساعد هذه الأداة المستثمرين على فهم الأفكار الأساسية للاستثمار المالي.

بدأ انبهاري بلوحة غالتون عام 2005 عندما شاهدت فيلمًا من إنتاج مكتب إيمز عن معرض نيويورك العالمي لعام 1964. بنى تشارلز إيمز لوحة غالتون التي يبلغ ارتفاعها أربعة عشر قدمًا ونصف خصيصًا لجناح شركة IBM، استنادًا إلى نموذج سابق من تصميمه لصالح *Mathematica: معرض عالم الأرقام... وما وراءه*.

كان *Mathematica* العرض أول تجربة واسعة النطاق لمحاكاة الاحتمال والتوزيع الطبيعي باستخدام لوحة غالتون، وأُنتج تحت رعاية شركة IBM. صُمم لافتتاح جناح العلوم الجديد في متحف كاليفورنيا للعلوم والصناعة في لوس أنجلوس عام 1961.

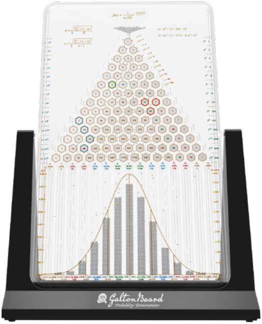
لوحة غالتون بطول ثمانية أقدام في بهو شركة IFA

أما أول لوحة غالتون الخاصة بي، والمصوَّرة هنا، فقد صممتها ونفذتها مؤسسة متحف أوريغون للعلوم والصناعة. تُظهر الصورة عارض احتمالات بمواصفات عرض متحفي يبلغ ارتفاعه ثمانية أقدام وعرضه أربعة أقدام، وقد كُلفتُ بصناعته عام 2009 بهدف تثقيف المستثمرين حول نطاق النتائج واحتمالاتها وأشكالها الناتجة عن سلسلة من الأحداث العشوائية. تُعرض هذه اللوحة في بهو مكتب شركة Index Fund Advisors، وتُسهِم في توضيح الفوضى العشوائية التي تُشكّل خلفية عالم وول ستريت. تمثل الأعمدة الحمراء خلف الكرات عوائد شهرية كبيرة من محفظة استثمارية نظرية، وتتيح مقارنة حركة الكرات بسوق الأسهم. في سوق الأسهم، تمثل الأحداث العشوائية الأخبار المتعلقة بالشركات أو بالنظام الاقتصادي عمومًا، والأسعار تعكس هذه المعلومات. أما تدفق الكرات العشوائي، المنطلق من نقطة مركزية، فيحاكي سلسلة من الأسعار المعقولة، لينتج في النهاية توزيعًا طبيعيًا للعوائد الشهرية في شكل منحنى جرس.


The Random Walker®

بمساعدة فيليب بواسان وجيري شو وآرت فوستر وجاكسون لين ومايك أوشتيرلوني وعائلة برونسون وغيرهم، صممتُ أول لوحة غالتون مكتبية بارتفاع سبع بوصات ونصف عام 2015، وسمّيتها The Random Walker® (حاصلة

على براءة اختراع أمريكية رقم D784,449). تُعتبر هذه النسخة المدمجة من لوحة غالتون أداة تعليمية مفيدة لفهم المفاهيم الإحصائية العشوائية وعشوائية سوق الأسهم، كما أنها قطعة مكتبية أنيقة وممتعة يمكن التفاعل معها بسهولة. بفضل تصميمها المبتكر القابل للقلب وإعادة الضبط، يمكن لأي شخص أن يختبر النظام وسط الفوضى بمجرد لمسة بإصبعه. يوجد اليوم نحو 60 ألف نسخة من هذه اللوحة على المكاتب في مختلف أنحاء العالم.



لوحة غالتون: عارض الاحتمالات

في عام 2024، أنشأنا إصدارًا جديدًا من لوحة غالتون أكبر حجمًا، ما يتيح عروضًا توضيحية أفضل أمام الآخرين. صنعناها بمقاس 12 × 8.5 بوصة وأطلقنا عليها اسم لوحة غالتون: عارض الاحتمالات (Galton Board: Probability Demonstrator) (حاصلة على براءة اختراع أمريكية رقم 12,268,971 B1). أضاف هذا النموذج أيضًا مِشبكين يمثلان مؤشرَي سوق الأسهم ودليلًا تعليميًا مفصلًا من 19 صفحة.

يتضمّن هذا الإصدار المكتبي العديد من التحسينات التصميمية مقارنة بالإصدار السابق. إذ يعكس بدقة أكبر مفاهيم التوزيع ذو الحدين ومثلث باسكال، إلى جانب العديد من المفاهيم الرياضية المضمّنة فيه. بإضافة مشابك العائد الشهري، يمكن ملاحظة الدمج بين عناصر سوق الأسهم، بما في ذلك نموذج هيبنر، ومدى تطابق منحنى الجرس الناتج عن الكرات معه.

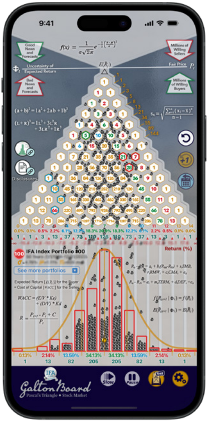
تُعتبر النسخة الجديدة من لوحة غالتون البسيطة خيارًا اقتصاديًا ومضغوطًا في التصميم، حتى إنها تناسب الجيب الأمامي للقميص.

لتعزيز فهم المبادئ المضمّنة في لوحة غالتون ومثلث باسكال، كُلفت بتصميم وإطلاق نسخة تطبيقية من لوحة غالتون عام 2023. تستخدم هذه النسخة التطبيقية مستشعر الحركة الذي يتيح للمستخدم أن يميل الهاتف أو الجهاز اللوحي فيرى ويسمع تدحرج الكرات كما لو كانت حقيقية. بالضغط على أيقونة إعدادات التطبيق، يمكن أيضًا عرض عشرين مخططًا تكراريًا لمحافظ استثمارية ورؤية التغير في نطاق العوائد داخل الخانات مع تغير مستوى المخاطر. لتحميل التطبيق على آيفون وآيباد، تفضل بزيارة متجر تطبيقات آبل وابحث عن "Index Fund Advisors". ثم اضغط على أيقونة لوحة غالتون داخل التطبيق لتشغيل اللوحة التفاعلية. يمكن أيضًا زيارة متجر تطبيقات ماك على أجهزة ماك المحمولة أو المكتبية والبحث عن تطبيق لوحة غالتون. كما يمكن تحميله من متجر جوجل بلاي لأجهزة أندرويد بالبحث عن "Index Fund Advisors".

حمِّل التطبيق

Download on the App Store

GET IT ON Google Play



لوحة غالتون: الإصدار التطبيقي

عن شركة Index Fund Advisors

Index Fund Advisors
WEALTH MANAGEMENT • TAXES

نبدّلُ الوهمَ بالعلم

تُعد Index Fund Advisors, Inc. (IFA) شركة استشارية لإدارة الثروات تتقاضى أتعابًا ثابتة فقط، وتوفر استراتيجيات استثمارية عالمية ومتنوعة ومدارة ضريبيًا تتسم بدرجة عالية من العناية الائتمانية والمسؤولية المهنية.

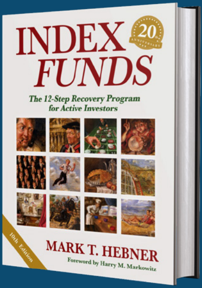
شركة IFA مُسجلة كمستشار استثماري مرخَّص تُقدّم استشارات استثمارية للأفراد وصناديق التقاعد والوصايا والمؤسسات والشركات والمنظمات غير الربحية والجهات الحكومية والخاصة. تأسست IFA عام 1999، واحتفلت بعامها الخامس والعشرين في 2024. تقدم IFA خدماتها الاستثمارية للعملاء في مختلف أنحاء الولايات المتحدة.

تتجاوز قيمة IFA حدود الاستشارات الاستثمارية التقليدية. فبصفتها شريكًا ماليًا متكاملًا، تقدم IFA استشارات إدارة الثروات والتخطيط المالي لمساعدة العملاء على إدارة شؤونهم المالية وتحقيق أهدافهم طويلة المدى. يعتمد مستشارو الثروات لدى IFA نهجًا شخصيًا ومبنيًا على المحفظة الاستثمارية، مع توفير مجموعة متكاملة من خدمات إدارة الثروات والتخطيط المالي، لتقديم تجربة استشارية مدروسة وشاملة ومصمَّمة خصيصًا لكل عميل.

تهدف IFA إلى تجنب الأنشطة المكلفة وغير الضرورية المرتبطة غالبًا بتوقيت السوق أو اختيار الأسهم أو التداول النشط. وبدلًا من ذلك، تعتمد IFA منهجًا تحليليًا منضبطًا قائمًا على البيانات الكمية يُركز على تحقيق التنويع الفعّال مع الحفاظ على الكفاءة في التكلفة.

تستند IFA في عملها إلى الأبحاث والمؤشرات التي وضعها يوجين فاما وكينيث فرينش، مستفيدة من عقود من الدراسات التاريخية حول المخاطر والعوائد، وتصميم صناديق المؤشرات الحديثة وتقنيات التداول السلبي المتطورة التي ابتكرتها شركة Dimensional Fund Advisors.

توفر IFA إدارة استثمارات واستراتيجيات محافظ مالية مصمَّمة وفق ظروف العميل وأهدافه، إلى جانب تخطيط الضرائب والمحاسبة والتخطيط المالي عبر الإنترنت وخدمات إحالة مهنية لضمان تجربة شخصية ومدروسة. يُقدم مستشار الثروات لدى IFA دعمًا مخصَّصًا لمساعدة العملاء في تحقيق أهدافهم المالية طويلة الأجل.



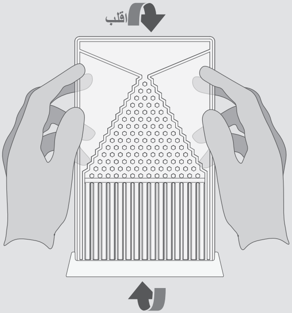
مارك ت. هيبنر هو المؤسس والرئيس التنفيذي لشركة Index Fund Advisors, Inc., (IFA))، وهو أيضًا مؤلف الكتاب المعروف: *صناديق المؤشرات: برنامج التعافي المكوَّن من 12 خطوة للمستثمرين النشطين* (*Index Funds: The 12-Step Recovery Program for Active Investors*)، الذي يُركز على تثقيف المستثمرين.

للتعرّف على كيفية دعم IFA لأهدافك المالية، تفضّل بزيارة ifa.com أو اتصل بنا.

Index Fund Advisors, Inc.
19200 Von Karman Ave.
Suite 150
Irvine, CA 92612
3133-643-888
ifa.com | info@ifa.com

www.ifa.com

تعليمات استخدام لوحة غالتون



1. اقلب لوحة غالتون رأسًا على عقب حتى تسقط جميع الكرات في القمع السفلي.
2. أعد اللوحة إلى وضعها الأفقي على سطح مستوٍ، بحيث تتوزع الكرات داخل الخانات.
3. ابحث عن الكرة الذهبية الأكبر حجمًا، ولاحِظ كيفية توزيع الكرات جميعها.

تعليمات من لوحة غالتون الأصلية، صُنِعت لوحة غالتون الأصلية لفرانسيس غالتون عام 1873 على يد تِسلي وسبيلر (Tisley & Spiller). وجاء النقش على اللوحة، بخط غالتون نفسه، على النحو الآتي:

أداة لتوضيح مبدأ قانون الخطأ أو التشتّت

من إعداد فرانسيس غالتون، زميل الجمعية الملكية

اشحن الأداة بعكس اتجاهها بحيث تسقط الكرات في الجيب. ثم أعدها بسرعة إلى وضعها المستقيم على طاولة مستوية. ستسقط الكرات في القُمع، ومنه إلى الفتحة السفلية، متبعةً مسارات متعرّجة عبر الحواجز، إلى أن تتجمع في الفتحات الرأسية في الأسفل، مكوّنةً تمثيلًا مرئيًا لقانون التشتّت.

■ **تفضل بزيارة ifa.com/galtonboard للاطلاع على مزيد من المعلومات والفيديوهات والمقالات والصور ومنصات التواصل الاجتماعي وغير ذلك.**